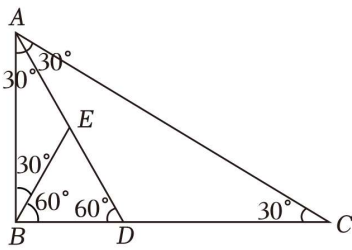


2024 秋季初二数学每日一题打卡 013

013 试题来源:2023 年秋季工业园区星海月考试题

定义:如果 1 条线段将一个三角形分割成 2 个等腰三角形,我们把这个线段叫做这个三角形的“双等腰线”.
如果 2 条线段将一个三角形分成 3 个等腰三角形,我们把这 2 条线段叫做这个三角形的“三等腰线”“如图 1,
 DE 是 $\triangle ABD$ 的”双等腰线“, AD 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的“三等腰线”.

- (1) 请在如图 2 中,作出 $\triangle ABC$ 的“双等腰线”,并直接写出图中相等的线段.
- (2) 如果一个等腰三角形有“双等腰线”,那么它的底角度数是_____.
- (3) 如图 3,已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$,点 O 是 AB 的中点,过点 C 作 $\angle BCD = 40^\circ$,交 AB 的延长线于点 D , CD 边上的一点 E 恰好在 OD 的垂直平分线上,求证:线段 CO 、 OE 是 $\triangle ACD$ 的“三等腰线”.

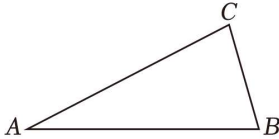
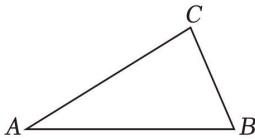
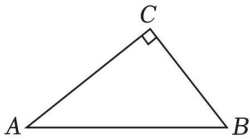


(图1)

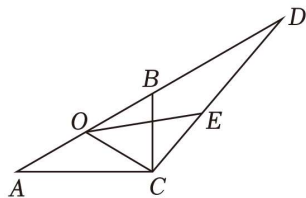
① $\angle C = 90^\circ$

② $\angle B = 70^\circ$, $\angle A = 35^\circ$

③ $\angle B = 81^\circ$, $\angle A = 27^\circ$



(图2)



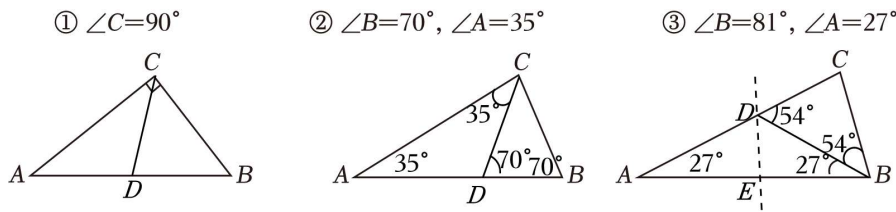
(图3)

试题解析:

(1) 请在如图2中,作出 $\triangle ABC$ 的“双等腰线”,并直接写出图中相等的线段.

(1) 解:如图①,取 AB 的中点 D ,则 $AD=CD=BD$,

$\therefore \triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 是等腰三角形;相等的线段为 $AD=CD=BD$;



(图2)

如图②,取 $CD=BC$,则 $\angle CDB=\angle B=70^\circ$,

$\therefore \angle A=35^\circ, \therefore \angle ACD=70^\circ-35^\circ=35^\circ, \therefore \angle ACD=\angle A$,

$\therefore AD=CD=BC, \therefore \triangle ADC$ 和 $\triangle BCD$ 是等腰三角形;相等的线段为 $AD=CD=BC$;

如图③,作 AB 的垂直平分线 DE ,交 AC 于 D ,交 AB 于 E ,连接 BD ,

$\therefore AD=BD, \therefore \angle A=\angle ABD=27^\circ, \therefore \angle CDB=54^\circ$,

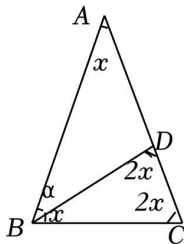
$\therefore \angle ABC=81^\circ, \therefore \angle CBD=81^\circ-27^\circ=54^\circ=\angle BDC, \therefore CD=BC$,

$\therefore \triangle ADB$ 和 $\triangle BCD$ 是等腰三角形;相等的线段为 $AD=BD, CD=BC$;

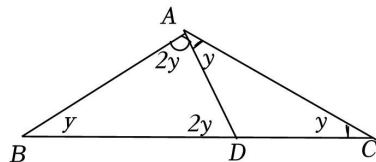
(2) 如果一个等腰三角形有“双等腰线”,那么它的底角度数是 72 或 36 或 45 或 $(\frac{540}{7})^\circ$.

(2)

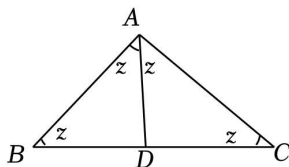
① 设 $\triangle ABC$ 是以 AB 、 AC 为腰的锐角三角形,
 BD 为“双等腰线”,如图,
当 $AD=BD, BD=BC$ 时,
设 $\angle A=x^\circ$,则 $\angle ABD=x^\circ$,
 $\therefore \angle BDC=\angle C=2x^\circ$,
 $\therefore \angle ABC=\angle C=2x^\circ$,
 $\therefore \angle A+\angle ABC+\angle C=180^\circ$,
 $\therefore x^\circ+2x^\circ+2x^\circ=180^\circ$,
 $\therefore x=36^\circ, 2x=72^\circ$,
 $\therefore \angle C=72^\circ$,



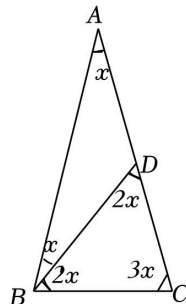
② 设 $\triangle ABC$ 是以 AB 、 AC 为腰的钝角三角形, AD
为“双等腰线”,如图,当 $AB=BD, AD=CD$ 时,
设 $\angle B=y^\circ$,则 $\angle C=y^\circ$,
 $\therefore AD=CD, \therefore \angle DAC=\angle C=y^\circ, \therefore \angle ADB=2y^\circ$,
 $\therefore AB=BD, \therefore \angle BAD=\angle ADB=2y^\circ$,
 $\therefore \angle B+\angle BAD+\angle ADB=180^\circ$,
 $\therefore y^\circ+2y^\circ+2y^\circ=180^\circ, \therefore y=36^\circ, \therefore$ 底角为 36° ,



③ 设 $\triangle ABC$ 是以 AB 、 AC 为腰的直角三角形,
 AD 为“双等腰线”,如图,
当 $AB=BD, AD=CD$ 时,
 AD 为 BC 的垂直平分线,
设 $\angle B=z^\circ$,则 $\angle C=z^\circ, \angle BAD=z^\circ$,
 $\therefore \angle B+\angle BAD=90^\circ$,
 $\therefore z^\circ+z^\circ=90^\circ$,
 $\therefore z=45^\circ$,
 $\therefore \angle B=\angle C=45^\circ$,



④ 设顶角为 x ,
可得, $x+3x+3x=180^\circ$
解得: $x=(\frac{180}{7})^\circ$,
 $\therefore \angle C=3x=(\frac{540}{7})^\circ$,



(3) 如图3,求证:线段 CO 、 OE 是 $\triangle ACD$ 的“三等腰线”.

(3) 证明: $\therefore \angle ACB=90^\circ, AO=OB, \therefore OC=OA=OB, \therefore \triangle AOC$ 是等腰三角形,

$\therefore \angle BCD=40^\circ, \therefore \angle ACD=90^\circ+40^\circ=130^\circ, \therefore \angle D=180^\circ-130^\circ-30^\circ=20^\circ$,

\therefore 点 E 在 OD 的垂直平分线上, $\therefore ED=EO, \therefore \angle D=\angle EOD=20^\circ, \therefore \angle OEC=\angle D+\angle EOD=40^\circ$,

$\therefore \angle OCA=\angle A=30^\circ, \therefore \angle OCB=90^\circ-30^\circ=60^\circ, \therefore \angle ECO=60^\circ+40^\circ=100^\circ$,

$\therefore \angle COE=180^\circ-100^\circ-40^\circ=40^\circ, \therefore \angle COE=\angle CEO=40^\circ, \therefore CO=CE$,

$\therefore \triangle CEO, \triangle OED$ 都是等腰三角形, \therefore 线段 CO 、 OE 是 $\triangle ACD$ 的“三等腰线”.